Versuche zur direkten Messung der „mittleren freien Weglänge“ von ungeladenen Silberatomen in Stickstoff

---

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

der

Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Fritz Bielz
aus Wurmloch (Siebenbürgen)

Göttingen 1925

Angenommen von der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der philosophischen Fakultät

Tag der mündlichen Prüfung: 30. Juli 1924

Referent: Prof. Dr. Max Born

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Aus Zeitschrift für Physik Band 32, Seite 81—102.

Versuche zur direkten Messung der „mittleren freien Weglänge“ von ungeladenen Silberatomen in Stickstoff[1]).

Von **Fritz Bielz** in Göttingen.

Mit sieben Abbildungen. (Eingegangen am 7. März 1925.)

Theorie der Zerstreuung eines Atomstrahles infolge von Zusammenstößen mit Gasmolekülen. — Beschreibung einer Versuchsanordnung zur Messung der im ersten Teil berechneten Zerstreuung. — Die Verwendung des Abbe schen Mikrospektroskopes zur Dickenmessung nach der Wienerschen Methode. — Der Radius des ungeladenen Silberatomes.

Einleitung. Nachdem es Herrn Stern gelungen war[2]), mit Hilfe von ungeladenen Silberatomstrahlen die thermische Molekulargeschwindigkeit direkt zu messen, wobei sich zeigte, daß die Intensität des Strahles sehr stark von der Güte des Vakuums abhing, war es ein naheliegender Gedanke, die Schwächung eines Silberatomstrahls durch die Zusammenstöße mit Gasmolekülen zu untersuchen, um daraus unter Umständen einen Schluß zu ziehen auf die Größe der Wirkungssphäre der zwischen Silberatom und Gasmolekül wirkenden Kräfte. Orientierende Versuche sind darüber von Herrn Prof. Born gemeinsam mit Frl. Bormann angestellt worden[3]) und haben die richtige Größenordnung ergeben. Die Versuchsanordnung wurde von Herrn Prof. Born unter Mitwirkung der Herren Dr. E. Hauser und Dr. R. Minkowski verbessert. Auf Anregung von Herrn Prof. Born nahm ich diese Arbeit auf, und es gelang mir, die Vorrichtung zu quantitativen Messungen brauchbar zu gestalten. Im folgenden soll über die damit bereits angestellten Messungen berichtet werden.

Theorie der Erscheinung. Ein Gefäß sei von einem Gase oder Dampfe der Temperatur T erfüllt, und zwar sei N die Anzahl der Moleküle in der Volumeneinheit. In der Wand des Gefäßes sei eine kleine Öffnung, deren Durchmesser klein gegen die mittlere freie Weglänge sei. Jenseits der Öffnung sei ein mit einem anderen Gase von niedrigerem Drucke und anderer Temperatur T' erfüllter Raum, der N' Moleküle in der Volumeneinheit enthalten möge. Dann werden durch die Öffnung die Moleküle aus dem einen Raume in den anderen diffundieren. Wir betrachten insbesondere die aus dem ersten Raume in den zweiten austretenden Mole-

[1]) Auszug aus der Göttinger Dissertation.
[2]) ZS. f. Phys. **2**, 49; **3**, 417, 1920.
[3]) Phys. ZS. **21**, 578, 1920.

küle. Diese werden, wenn der Druck in dem zweiten Raume sehr niedrig ist, in geradlinigen Bahnen von der Öffnung aus in den Nachbarraum hineinschießen. Durch eine vorgesetzte Blende (z. B. in Form eines Röhrchens) kann man, wie schon lange bekannt ist[1]), einen ziemlich scharf begrenzten Molekularstrahl erhalten.

Die Anzahl der durch die Öffnung in der Zeiteinheit hindurchtretenden Moleküle mit einer Geschwindigkeit zwischen c und $c + dc$ (oder, wie ich der Kürze wegen mich im folgenden ausdrücken möchte, einer Geschwindigkeit c) beträgt:

$$dn = A \,.\, N(c) \,.\, c \,.\, dc, \tag{1}$$

wo $\frac{N(c)}{N} dc$ die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß ein Molekül gerade eine Geschwindigkeit c besitzt, während A außer von der Wahl der Einheiten nur von der Form und Größe der Blende abhängt. Nach dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz ist

$$\frac{N(c)}{N} = \frac{e^{-\beta c^2} c^2}{\int_0^\infty e^{-\beta c^2} c^2 \, dc} = 4\pi \frac{e^{-\beta c^2} c^2}{\sqrt{\frac{\pi}{\beta}^3}}, \tag{2}$$

wobei $\beta = \frac{\mu}{RT}$ sich aus dem Molekulargewicht μ, der Gaskonstante pro Mol R und der absoluten Temperatur T berechnen läßt. Die Anzahl der insgesamt in der Zeiteinheit hindurchtretenden Moleküle beträgt

$$\mathfrak{N}_0 = \int_{c=0}^{\infty} dn = A \int_0^\infty N(c) c \, dc = A N \bar{c}, \tag{3}$$

wenn $\bar{c}$ der arithmetische Mittelwert des Geschwindigkeitsbetrages ist. Es ist also

$$dn = \mathfrak{N}_0 \frac{N(c)\, c}{N \bar{c}} dc. \tag{4}$$

Wird unmittelbar über der Öffnung ein Schirm angebracht, so wird er in der Zeiteinheit von $\mathfrak{N}_0$ Molekülen der ersten Art getroffen. Wird der Schirm in der Entfernung z von der Öffnung senkrecht zum Molekularstrahl angebracht, so wird er, da ein Teil der Moleküle durch Zusammenstöße mit Molekülen zweiter Art aus ihrer geradlinigen Bahn herausgeschleudert wird, von weniger Molekülen getroffen. Wir nehmen an, daß durch jeden Zusammenstoß ein Molekül derart aus dem Strahle heraus-

[1]) Vgl. Gerlach, Atomstrahlen in: Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften **3**, 183, 1924.

geschleudert wird, daß es überhaupt nicht mehr (auch nicht infolge etwaiger weiterer Zusammenstöße) den Schirm trifft. Diese Voraussetzung ist bei nicht zu hohem Drucke mit großer Annäherung erfüllt. Es kommt jetzt darauf an, die Zahl der Zusammenstöße in einer bestimmten Schicht von der Dicke dz in der Entfernung z von der Öffnung zu bestimmen. Es sei $dn(z)$ die Anzahl der Moleküle mit der Geschwindigkeit c, die durch diese Schicht pro Zeiteinheit hindurchfliegen. Dann ist die Anzahl der in dieser Schicht befindlichen Moleküle mit der Geschwindigkeit c gleich

$$dn(z)\,dt = \frac{dn(z)}{c} \cdot dz, \tag{5}$$

wenn dt die Zeit bedeutet, in der die Moleküle diese Schicht durchfliegen. Die Anzahl dZ der Zusammenstöße von Molekülen erster Art (mit einer Geschwindigkeit c) mit Molekülen der zweiten Art beträgt also, wenn $W(c)$ die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß ein Molekül der ersten Art von der Geschwindigkeit c mit irgend einem Molekül der zweiten Art zusammenstößt,

$$dZ = \frac{dn(z)}{c} W(c)\,dz = W(c)\,\frac{\mathfrak{N}(z)}{N\bar{c}} \cdot N(c)\,dc\,dz. \tag{6}$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß durch die Zusammenstöße die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung nicht in erheblichem Maße geändert wird, d. h. daß die zu Gleichung 4 analoge Gleichung gilt

$$dn(z) = \mathfrak{N}(z)\,\frac{N(c)}{N\bar{c}} \cdot c\,dc. \tag{7}$$

Unter dieser Voraussetzung, die wie das Versuchsergebnis zeigt (vgl. S. 100), mit einer Genauigkeit innerhalb der sonstigen Fehlergrenzen zutrifft[1]), gilt also auch die Gleichung

$$d\mathfrak{N}(z) = -\int_{c=0}^{\infty} dZ = -\mathfrak{N}(z) \int_{0}^{\infty} \frac{W(c)\,N(c)}{N\bar{c}}\,dc, \tag{8}$$

wenn $d\mathfrak{N}(z)$ die Änderung der Intensität des Atomstrahls in der Schicht dz bedeutet. Setzen wir

$$\frac{1}{\lambda} = \int_{0}^{\infty} \frac{W(c)\,N(c)}{N\bar{c}} \cdot dc = \frac{1}{\bar{c}} \cdot W, \tag{9}$$

[1]) Ganz genau trifft sie nicht zu, da die langsamen Atome verhältnismäßig mehr Zusammenstöße erleiden als die schnellen, so daß in größerer Entfernung von der Blende die schnellen Atome überwiegen.

so ist also

$$\mathfrak{N}(z) = \mathfrak{N}_0 e^{-\frac{z}{\lambda}}, \tag{10}$$

λ ist also auf Grund der Gleichung

$$\frac{\int_0^\infty \mathfrak{N}(z)\, z\, dz}{\int_0^\infty \mathfrak{N}(z)\, dz} = \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{z}{\lambda}} z\, dz}{\int_0^\infty e^{-\frac{z}{\lambda}} dz} = \lambda \tag{11}$$

das, was man als „mittlere freie Weglänge“ zu bezeichnen pflegt. In der Gleichung (9) ist W die Wahrscheinlichkeit, daß irgend ein Molekül der ersten Art in der Zeiteinheit mit irgend einem Molekül der zweiten Art zusammenstößt. Wir haben hier also die auch sonst gültige Beziehung

$$\lambda = \bar{c}\,\tau, \tag{12}$$

wenn τ die mittlere Flugdauer ist. W können wir direkt berechnen. Es ist

$$W = \int F F' N' \pi \sigma^2 u\, d\omega\, d\omega', \tag{13}$$

wo u den Betrag der Relativgeschwindigkeit $\mathfrak{v} - \mathfrak{v}'$ mit den Komponenten

$$\xi - \xi', \qquad \eta - \eta', \qquad \zeta - \zeta'$$

und σ die Summe der Radien beider Molekülarten bedeutet, während $F\, d\omega$ bzw. $F'\, d\omega'$ die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß ein Molekül erster bzw. zweiter Art eine Geschwindigkeit besitzt, deren Komponenten im Gebiet $d\omega = d\xi\, d\eta\, d\zeta$ bzw. $d\omega' d\xi' d\eta' d\zeta'$ liegen. Daß der Atomstrahl nicht mehr Gaseigenschaften hat, weil in ihm selbst keine Zusammenstöße von Silberatomen untereinander stattfinden, macht für die Gültigkeit der Gleichung (13) nichts aus. Durch die Eigenschaft des Atomstrahls sind nur die Integrationsgrenzen für die Integration über $d\omega$ eingeschränkt, und nach der Transformation der Gleichung (15) lassen sich die Integrale über die Komponenten von $\mathfrak{w} = \beta\mathfrak{v} + \beta'\mathfrak{v}'$ in Zähler und Nenner kürzen. Nach dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz ist aber in vektorieller Schreibweise

$$F = \frac{e^{-\beta \mathfrak{v}^2}}{\iiint e^{-\beta \mathfrak{v}^2}\, d\omega}, \tag{14}$$

also

$$W = \frac{\int \cdots \int e^{-(\beta \mathfrak{v}^2 + \beta' \mathfrak{v}'^2)} N' \pi \sigma^2 u\, d\omega\, d\omega'}{\int \cdots \int e^{-(\beta \mathfrak{v}^2 + \beta' \mathfrak{v}')^2}\, d\omega\, d\omega'}. \tag{15}$$

Führen wir als neue Veränderliche die Komponenten von u und $w = \beta v + \beta' v'$ ein, so können wir auf Grund der Vektoridentität

$$\beta v^2 + \beta' v'^2 = \frac{(\beta v + \beta' v')^2}{\beta + \beta'} + \frac{\beta \beta'}{\beta + \beta'} u^2 \tag{16}$$

die Variabeln trennen. Führen wir dann Polarkoordinaten ein und setzen zur Abkürzung $\alpha = \frac{\beta \beta'}{\beta + \beta'}$, so erhalten wir nach kurzer Rechnung

$$W = N' \pi \sigma^2 \frac{\int_0^\infty u^3 e^{-\alpha u^2} du}{\int_0^\infty u^2 e^{-\alpha u^2} du}. \tag{17}$$

Führen wir dann darin die neue Veränderliche

$$x = \alpha u^2 = \frac{\beta \beta'}{\beta + \beta'} u^2 \tag{18}$$

ein, so finden wir

$$W = N' \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{\beta + \beta'}{\beta \beta'}} \frac{\int_0^\infty x e^{-x} dx}{\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx}. \tag{19}$$

Andererseits ist aber

$$\bar{c} = \frac{\int_0^\infty N(c) c \, dc}{\int_0^\infty N(c) \, dc} = \frac{\int_0^\infty c^3 e^{-\beta c^2} dc}{\int_0^\infty c^2 e^{-\beta c^2} dc} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{\int_0^\infty y e^{-y} dy}{\int_0^\infty \sqrt{y} e^{-y} dy}, \tag{20}$$

folglich

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{W}{\bar{c}} = N' \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{\beta + \beta'}{\beta'}} \tag{21}$$

oder

$$\lambda = \frac{1}{N' \pi \sigma^2 \sqrt{1 + \frac{\mu T'}{\mu' T}}}. \tag{22}$$

Diese Gleichung hat Herr Prof. Born schon in seinem Bericht auf der Nauheimer Tagung veröffentlicht. Es ist derselbe Ausdruck, der schon früher in anderem Zusammenhang unter der Bezeichnung Maxwellsche freie Weglänge bekannt war.

Man kann nun durch Beobachtung der Schwächung des Strahles die Größe λ und damit also, da die anderen Größen bekannt bzw. leicht meßbar sind, den Durchmesser σ der Wirkungssphäre bestimmen. Dazu mißt man die Menge der Moleküle, die sich auf zwei Plättchen niederschlagen, die der Strahl im Abstand z_1 bzw. z_2 von der Öffnung trifft. Wenn man annimmt, daß bei einer Temperatur der Plättchen von 80 bis 100° C alle auftreffenden Silberatome (nur solche wurden bei den bisherigen Versuchen verwandt) an den Plättchen haften bleiben, und daß die Silberschichten von wenigen $m\mu$ Dicke noch gut homogen sind, so ist die Anzahl der auftreffenden Moleküle proportional der Dicke d der niedergeschlagenen Schicht. Ist der Druck im Beobachtungsraum Null, so wird der Strahl nur aus geometrischen Gründen geschwächt, und zwar, wie sich leicht zeigen läßt, umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes z von der Öffnung AB (Fig. 1). Allerdings nur unter der Annahme, daß unterhalb der Öffnung von den Molekülen des ersten Gases keine Geschwindigkeitsrichtung bevorzugt wird, und daß an den Wänden des als Blende dienenden Röhrchens keine Moleküle reflektiert werden. Unter dieser Voraussetzung nämlich ist die Anzahl der Moleküle, die eine bestimmte Stelle treffen, proportional dem Raumwinkel, unter dem von dieser Stelle aus die Öffnung AB gesehen wird, dieser aber kann bei den Dimensionen des angewandten Apparats innerhalb des in Frage kommenden Gebiets mit einer Abweichung von weniger als 1 Proz. umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes z von der Öffnung AB gesetzt werden.

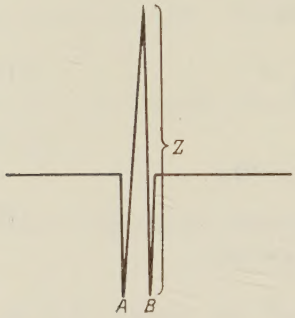

Fig. 1.

Die Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Molekulargeschwindigkeit über alle Richtungen ist aber bei der angewandten und im folgenden näher beschriebenen Versuchsanordnung sehr bedenklich. Ich bestimme daher die durch die geometrische Anordnung bedingte Schwächung des Strahles empirisch, indem ich die Dicke der niedergeschlagenen Schichten d_{10} bzw. d_{20} in der Entfernung z_1 bzw. z_2 bei dem höchsten erreichbaren Vakuum messe. Es ist dann

$$d_1 = \varkappa d_{10} e^{-\frac{z_1}{\lambda}} \quad \text{bzw.} \quad d_2 = \varkappa d_{20} e^{-\frac{z_2}{\lambda}}, \tag{23}$$

worin $\varkappa$ ein Proportionalitätsfaktor ist, der der Intensität des Strahles beim Eintritt in den Beobachtungsraum Rechnung trägt. Daraus folgt

$$\lambda = \frac{z_2 - z_1}{\ln\left(\frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{d_{20}}{d_{10}}\right)} = \frac{z_2 - z_1}{2{,}30 \log^{10}\left(\frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{d_{20}}{d_{10}}\right)}, \tag{24}$$

worin alle Größen meßbar sind.

Die Anzahl der Moleküle eines Gases in der Volumeneinheit bei einem Drucke von einer Atmosphäre (Loschmidtsche Zahl) ist

$$N_0 = 2{,}70 \,.\, 10^{19},$$

demnach ist

$$N' = \frac{p}{p_0} N_0 = \frac{2{,}70}{760} \cdot 10^{19} p = 3{,}56 \,.\, 10^{16} p,$$

also gilt die schon von Herrn Prof. Born veröffentlichte Formel

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda p} \cdot \frac{10^{-16}}{3{,}56 \,.\, \pi \sqrt{1 + \frac{\mu T'}{\mu' T}}}, \tag{25}$$

wenn p in Millimeter Hg, λ in Zentimeter gemessen wird.

Versuchsanordnung für die Atomstrahlversuche. Der eigentliche Apparat (Fig. 2) befand sich, wie in Fig. 3 angedeutet ist, in dem Quarzrohr Q von etwa 3,5 cm Durchmesser, das durch einen Schliff mit den Glasteilen der Apparatur verbunden war. Das Quarzrohr hatte einen Ansatz, in dem Silber mit Hilfe eines elektrischen Öfchens geschmolzen bzw. verdampft werden konnte. Die Temperatur des Ofens wurde mit einem von unten in den Ofen eingeführten Heraeusschen Thermoelement gemessen, sie betrug bei einer Heizstromstärke von etwa 7,2 Amp. bei allen Versuchen etwa 1100° C und konnte auf 20° konstant gehalten werden. Über dem Öfchen befand sich ein Kasten k aus Asbest, der mit Stücken von fester Kohlensäure gefüllt werden konnte, um die Quarzwand zu kühlen und dadurch die Abgabe von adsorbierten Gasen zu vermindern. Durch das Röhrchen R mit einem inneren Durchmesser von etwa 2,2 mm, konnten die Silberatome hindurchtreten in den eigentlichen Beobachtungsraum. Da befanden sich in verschiedener Höhe auf drei

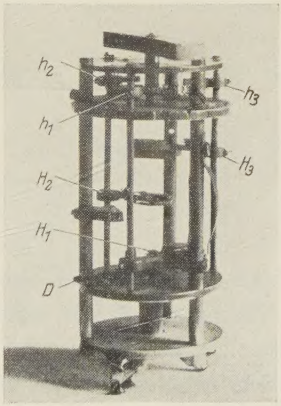

Fig. 2.

Hebeln $H_1 H_2 H_3$ drei Glasplättchen, die durch einen Mechanismus in bestimmter Reihenfolge abwechselnd dem Atomstrahl ausgesetzt wurden. Der Mechanismus wurde in Bewegung gesetzt durch den Stabmagnet SN, der von einem außerhalb des Quarzgefäßes rotierenden Magnet, dessen Pole in der Figur angedeutet sind, mitgenommen wurde. Dieser Stabmagnet war durch eine gemeinsame Achse fest verbunden mit einer Scheibe *Sch* von etwa untenstehender Form (Fig. 4). Diese Scheibe greift bei ihrer Rotation in Richtung des Pfeiles einen kleinen Hebel h_1 an und rückt ihn etwas beiseite. Durch eine als gemeinsame Achse dienende

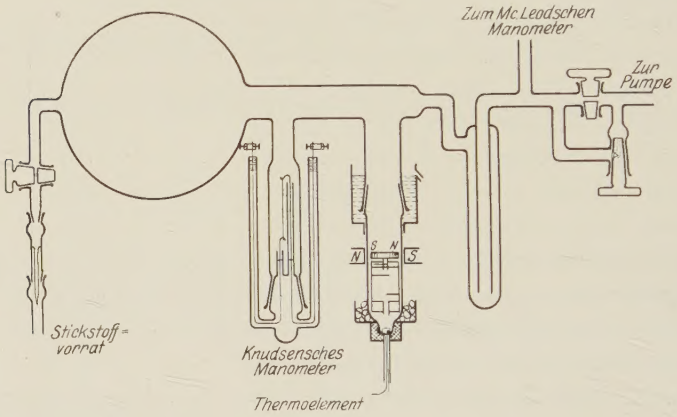

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

dünne Stange wird diese Bewegung von h_1 auf den das Glasplättchen tragenden Hebel H_1 übertragen und das darauf befindliche Glasplättchen kommt gerade in die Verlängerung des Röhrchens R zu stehen. Die Scheibe gleitet weiter und greift den nächsten Hebel h_2 an. In dem Moment, in dem H_2 die endgültige Stellung über dem Röhrchen angenommen hat, ist die Scheibe an h_1 vorbeigeglitten und h_1, damit auch H_1, kann durch eine Feder in die Ruhelage zurückgezogen werden, so daß das Glasplättchen auf H_1 nicht mehr vom Atomstrahl getroffen werden kann, sondern nur noch das Plättchen auf H_2; so geht das in der Reihenfolge 1 2 3 1 2 ... weiter. Dabei ist zu beachten, daß, während

das oberste Plättchen sich über der Öffnung befindet, schon das unterste Plättchen vor die Öffnung geschoben wird, so daß das oberste Plättchen nicht solange dem Strahle ausgesetzt ist wie die beiden anderen. Am längsten dem Strahle ausgesetzt ist das unterste Plättchen 1, doch ist der Unterschied zwischen den Bestrahlungszeiten des untersten und des mittleren nicht so groß, wie der zwischen diesen beiden und der des obersten. Die Hebel haben nämlich die Form der Fig. 5. Es ist also nur der über dem hellen Halbkreis liegende Teil des Glasplättchens der Bestrahlung ausgesetzt. Das ist deswegen gemacht, damit man für die Dickenmessung nach der Wienerschen Methode[1]) eine scharfe Begrenzung des Silberniederschlags hat. Es ist das mittlere Plättchen 2 genau dem dritten Teile der Umdrehungszeit der Bestrahlung ausgesetzt, das oberste Plättchen 3 dem dritten Teile der Umdrehungszeit weniger der Zeit, die verstreicht von dem Moment, in dem sich der Rand a über die Öffnung schiebt, bis zu dem Moment, in dem das unterste Plättchen seine endgültige Stellung eingenommen hat; das unterste Plättchen 1 dagegen dem dritten Teile der Umdrehungszeit plus der Zeit, die verstreicht von dem Moment, in dem sich der mittlere Teil über die Öffnung schiebt, bis zu dem Zeitpunkt, in dem das Plättchen seine endgültige Stellung erreicht hat. Da es schwierig ist, diese Zeitunterschiede zu berechnen, so ergibt sich auch daraus die Notwendigkeit, das Verhältnis der Bestrahlungsintensität der verschiedenen Plättchen bei höchstem Vakuum experimentell zu bestimmen.

Die Glasplättchen hatten einen Durchmesser von 8,35 mm und eine Dicke von 0,7 mm. Sie hatten nicht genaue Kreisform, damit sie sich während des Versuchs nicht drehen konnten. Der vertikale Abstand der Plättchen $z_2 - z_1$ betrug 10 mm. Der Vorzug dieser Anordnung vor der ursprünglichen von Born und Bormann besteht darin, daß die Schattenwirkung der unteren Auffangeplatten auf die oberen, die dort empfindlich störte, vermieden wurde. Dadurch ist das Gebiet gleichmäßiger Niederschlagsdicke größer. Es hat in Übereinstimmung mit der Theorie einen Durchmesser von etwas über 2 mm. Von da an nahm bei den untersuchten Plättchen die Dicke sehr rasch bis auf Null ab; bei den mittleren etwas langsamer und bei den obersten fast unmerklich langsam. Man konnte das an dem Verlauf der Interferenzfarben im reflektierten Licht sehr deutlich erkennen, wenn die Silberschicht, wie es für die Dickenmessung nach der Wienerschen Methode nötig ist, in Jodsilber

[1]) Wied. Ann. **31**, 632, 1887.

verwandelt wurde. Ohne daß es nötig gewesen wäre, die Schichten erst auszumessen, konnte man schon aus einem etwaigen unsymmetrischen Verlauf der Schichtdicke erkennen, wenn die Justierung nicht genau gewesen war bzw. zu wenig Silber in dem Verdampfungsgefäß sich befunden hatte, so daß man nicht einen gleichmäßig mit Silberatomen erfüllten Dampfraum hatte. Solche Versuche waren natürlich für die Messung der freien Weglänge unbrauchbar. Eine weitere Verbesserung gegenüber der Anordnung von Born und Bormann besteht darin, daß durch Anbringung einer Messingplatte verhindert wurde, daß Silberatome, die an der heißen Quarzwand reflektiert wurden, seitlich in den Beobachtungsraum eindringen konnten. Infolge der guten Wärmeleitung des Quarzes wurde auch der Schliff, durch den das Quarzrohr mit der Glasapparatur verbunden war, ziemlich warm; er wurde deshalb durch Kühlung mit fließendem Wasser auf einer Temperatur von etwa 15° C gehalten. Zum Evakuieren diente eine Quarzpumpe von Hanff & Buest. In der Hauptleitung von der Pumpe zum Versuchsraum befand sich nur ein Hahn mit weiter Bohrung, durch den die Pumpgeschwindigkeit wenig behindert wurde. Während des eigentlichen Versuchs wurde dieser Hahn abgesperrt, so daß die Pumpe nur durch einen Kapillarhahn aus Messing, der sich in einer Nebenleitung befand, saugen konnte. Durch geringes Drehen dieses Hahnes konnte die Pumpgeschwindigkeit so genau geregelt werden, daß die Druckschwankungen bei Drucken von 1 bis $7 \cdot 10^{-3}$ mm Hg weniger als 10^{-4} mm Hg betrugen. Der Druck wurde während des Versuchs durch mehrmaliges Ablesen am McLeod kontrolliert. Zur kontinuierlichen Kontrolle diente, wie schon bei Born und Bormann, ein Widerstandsmanometer aus 0,015 mm dickem Platindraht, welches Druckänderungen von 10^{-5} mm Hg noch bequem abzulesen gestattete. Es befand sich, um vor störenden Einflüssen geschützt zu sein, unter Lichtabschluß in einem Wasserbad. Eine große Kugel von mehr als 3 Liter Inhalt diente als Ausgleichsreservoir für den Fall, daß plötzliche Druckschwankungen auftreten sollten. Durch die in Fig. 3 links angedeutete kapillare Spitze konnte aus einem Gefäß von 5 Liter Inhalt, welches getrockneten Stickstoff unter einem Drucke von 15 cm Hg enthielt, Stickstoff in die Apparatur hineingelassen werden. Es schien mir wünschenswert, dauernd Stickstoff in die Apparatur hineinzulassen, also mit strömendem Gase zu arbeiten, weil das Quarzgefäß, welches nach jedem Versuch von dem Silberniederschlag mit Salpetersäure gereinigt werden mußte, dauernd Gase abgab. Längeres Auspumpen bei geringen Temperaturen nutzte nichts, da die Gasabgabe nur bei hohen Temperaturen

merklich war. Bei hohen Temperaturen dagegen konnte nicht längere Zeit hindurch entgast werden, weil sonst der Silberniederschlag an der Quarzwand zu beträchtlich geworden wäre und das Quarzgefäß beim Erstarren gesprengt hätte. Die Druckdifferenz, die bei strömendem Gase zwischen Versuchsraum und McLeod auftritt, schien mir weniger bedeutsam zu sein, als der Umstand, daß man es sonst mit einem ganz und gar unbekannten Gase zu tun gehabt hätte. Des weiteren befand sich an der Apparatur eine in der Figur nicht dargestellte Einrichtung, um nach Beendigung des Versuchs trockene Luft mit mäßiger Geschwindigkeit in die Apparatur hineinzulassen.

Beschreibung der Ausführung der Versuche. Bei Beginn des Versuches war das Röhrchen R mit einem Deckel D aus weichem Eisen zugedeckt, so daß keine Silberatome hindurchtreten konnten. Das evakuierte Quarzrohr wurde allmählich auf etwas über 1100° C, also über die eigentliche Versuchstemperatur hinaus erhitzt, um die absorbierten Gase aus dem Silber sowie den Wänden des Qurzgefäßes und des Messingapparates auszutreiben. Nach etwa $1^1/_2$ Stunden war das im wesentlichen erreicht[1]). Dann wurde der Verbindungshahn zum Stickstoffgefäß geöffnet und abgewartet, bis annähernd Gleichgewicht eingetreten war. Darauf wurde der Hahn mit weiter Bohrung in der Hauptleitung geschlossen und mit Hilfe des Kapillarhahnes der gewünschte Druck hergestellt. Durch Drehen des Kapillarhahnes konnte der Luftdruck, bei dem der Gleichgewichtszustand eintrat, in weitem Maße reguliert werden (von 10^{-4} mm bis zu über 10^{-2} mm Hg). Dabei blieb das Verhältnis von Stickstoff nahezu das gleiche, nämlich etwa 5 : 1. Vorausgesetzt ist dabei, daß die Diffusionsgeschwindigkeiten durch den Kapillarhahn für Stickstoff und Verunreinigungen nicht allzu verschieden sind. Dann wurde die Quarzwand mit fester Kohlensäure gekühlt, was eine kleine Nachregulierung des Gleichgewichtszustandes mit Hilfe des Kapillarhahnes notwendig machte. Nach Herstellung des endgültigen Gleichgewichtszustandes wurde der Druck im McLeod gemessen und dann die Gasfalle mit flüssiger Luft gekühlt, um die Hg-Dämpfe zu beseitigen. Das ging, wie man am Knudsenmanometer beobachten konnte, außerordentlich rasch vor sich.

[1]) Es fand zwar auch dann noch eine Gasabgabe statt, und zwar wie ein Vorversuch gezeigt hatte, bei dem das leere Quarzgefäß erhitzt wurde, ausschließlich von der Quarzwand. Eine merkliche Besserung zeigte sich bei diesem Vorversuch erst nach 20stündigem Erhitzen.

Sofort nach dem Anlegen der flüssigen Luft wurde, da das Widerstandsmanometer keine absolute Druckmessung erlaubte, der Druck noch einmal mit dem Mc Leod gemessen. Es stellte sich dabei heraus, daß der Druck um 2 bis $3 \cdot 10^{-4}$ mm Hg gesunken war. Dann aber blieb der Druck konstant. Es waren also von der Quarzwand kondensierbare Dämpfe abgegeben worden. Aus dem Schliffe konnten sie nicht kommen, denn dieser wurde ja durch fließendes Wasser auf einer Temperatur von etwa 15° C gehalten, und es hatte sich gezeigt, daß die Gasabgabe sofort abnahm, wenn der elektrische Ofen ausgeschaltet wurde und in infolgedessen die Temperatur des unteren Teiles des Quarzgefäßes sank, selbst wenn gleichzeitig der Schliff auf über 20° erwärmt wurde. Aus dem Stickstoff konnten die Gase auch nicht kommen, da dieser sorgfältig über $CaCl_2$ getrocknet worden war.

Ebensowenig konnten es vom Messing des Apparates abgegebene Gase sein, da der Apparat vor Beginn des Versuches gründlich entgast worden war.

Dann wurde der Magnet, der den Apparat in Rotation versetzte, in Betrieb gesetzt und erst nachdem auch die Konstanz der Ofentemperatur einer nochmaligen Prüfung unterzogen worden war, wurde der Deckel D vom Röhrchen R mit Hilfe eines Magnets weggezogen, so daß der Atomstrahl zur Entstehung gelangte.

Während des Versuches wurde mit Hilfe einer Stoppuhr die Zeit kontrolliert, während der die Glasscheibchen gerade dem Atomstrahl ausgesetzt waren. Es erwies sich, daß die Rotationszeit gelegentlich erhebliche Schwankungen erlitt, dadurch, daß der kleine Stabmagnet gegenüber dem äußeren Magnet eine veränderliche Schlüpfung besaß, aber der Unterschied zwischen den Zeiten, während deren die Glasplättchen sich über dem Röhrchen R befanden, betrug im Durchschnitt nicht mehr als 3 Proz.

Die Versuchsdauer betrug bei den niedrigsten Drucken 12 bis 15 Minuten, bei den höheren bis zu 40 Minuten. Trotzdem waren die Niederschläge bei dem Versuch Nr. 6 ($p = 4 \cdot 10^{-3}$ mm Hg) so dünn, daß die Schicht auf dem obersten Plättchen nicht mehr meßbar war; auch beim Versuch Nr. 2 ($p = 4 \cdot 10^{-3}$ mm Hg) war die oberste Schicht nicht mehr meßbar. Versuche, durch Steigerung der Temperatur die Intensität des Strahles und damit die Dicke der Niederschläge zu steigern, scheiterten daran, daß dann infolge der großen Verdampfungsgeschwindigkeit schon während des Entgasens das ganze Silber verdampft war. Man könnte aber, wie ich nachträglich bemerkt habe, weiterkommen, wenn man das

Röhrchen R weiter machte. Wenn der Durchmesser z. B. 3 mm statt 2,2 mm betragen würde, so würde dadurch die Intensität des Strahles doppelt so groß werden, während der Umstand, daß die Strahlen nicht parallel sind, auch dann noch einen Fehler von weniger als 1 Proz. bedingen würde.

Waren die Niederschläge schätzungsweise genügend dick, so wurde der elektrische Ofen ausgeschaltet und entfernt. Nachdem sich das Quarzrohr etwas abgekühlt hatte, wurde trockene Luft in die Apparatur hineingelassen, das Plättchen herausgenommen und der Silberniederschlag jodiert. Beim letzten Versuch entglaste das Quarzrohr, so daß es für weitere Versuche unbrauchbar wurde. Die Versuche wurden dann abgebrochen, obgleich sich noch mehr hätte herausholen lassen. Das Jodieren erfolgt am zweckmäßigsten, solange die Silberschichten noch frisch sind und bei niedrigem Sublimationsdruck des Jods; dabei läßt sich am ehesten überschüssiges Jod vermeiden, welches die Trübung des Jodsilbers am Licht außerordentlich beschleunigt[1]), wodurch die Schichten für die Dickenmessung meistens unbrauchbar werden. Je dicker die Schichten waren, um so empfindlicher erwiesen sie sich im allgemeinen gegen Beleuchtung. Schichten von einer Dicke unter 100 mμ vertrugen im allgemeinen eine ziemlich intensive und lange Belichtung, so daß von ihnen nötigenfalls mehrere Aufnahmen gemacht werden konnten, während dickere Schichten in der Regel schon bei der zweiten Aufnahme trübe wurden.

Die Dickenmessung. Die Dickenmessung erfolgte auf Grund der von Wiener[2]) angegebenen Methode[3]), nur wurde an Stelle der von ihm angewandten Fernrohroptik eine Mikroskopoptik angewandt[4]). Auf einer planen Glasplatte (vgl. Fig. 6) befinde sich eine Schicht von Jodsilber, die an einer Seite scharf begrenzt ist. Das Silber wurde in AgJ umgewandelt, um den sehr stark von der Oberflächenbeschaffenheit abhängigen, daher nicht genau bekannten, Phasensprung infolge metallischer Reflexion zu vermeiden, bei AgJ ist der Phasensprung ebenso wie bei Glas 180^0 oder $\lambda/2$. Die Dicke der AgJ-Schicht ist proportional der Dicke der Silberschicht (näheres darüber, sowie über die gesamte Dicken-

[1]) Vgl. H. Scholl, Veränderung von AgJ im Licht usw., Wied. Ann. **68**, 149 ff., 1899.

[2]) Wied. Ann. **31**, 631 ff., 1887.

[3]) Darauf beruht der größte Fortschritt gegenüber den früheren Versuchen.

[4]) Vgl. dazu die Mitteilung von Prof. Born, Verh. d. D. Phys. Ges. (3) **2**, 54, 1921.

messung bei Wiener a. a. O.). Über dieser Platte befindet sich parallel zu ihr eine planparallele Platte (besser noch ist eine etwas keilförmige Platte, bei der nur die eine Fläche gut plan ist, damit nicht Licht, welches an der oberen Seite der Deckplatte reflektiert wird, die Minima der Interferenzen allzu verwaschen erscheinen läßt). Fällt senkrecht von oben ein paralleles Bündel weißen Lichtes auf die Platte, so wird ein Teil des Lichtes an der Grenze 1 (Glas—Luftschicht), ein Teil an der Grenze 2 (Luftschicht—Glas) reflektiert, und es entstehen im reflektierten kontinuierlichen Spektrum Interferenzstreifen, da die Wellenlängen ausgelöscht werden, die der Gleichung genügen

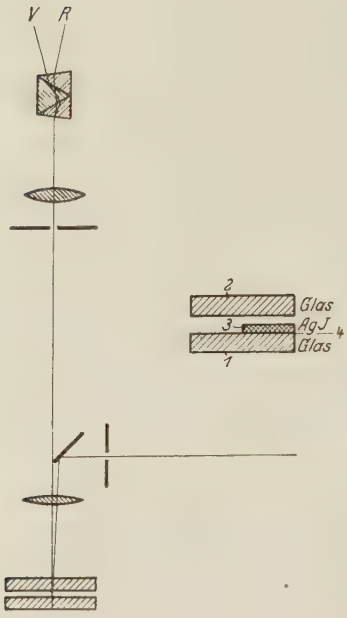

Fig. 6.

$$2D_1 = n_0\lambda_0 = (n_0 + 1)\lambda_1 = \ldots = (n_0 + k)\lambda_k, \qquad (26)$$

worin D_1 die Dicke der Luftschicht und n und k ganze Zahlen sind. Ein zweites System von Interferenzstreifen entsteht in der Luftschicht zwischen Deckplättchen und AgJ; deren Wellenlängen λ_i' genügen der Gleichung

$$2D_2' = n'\lambda_0' = (n' + 1)\lambda_1' = \ldots = (n' + k')\lambda_{k'}', \qquad (27)$$

wenn n' und k' ebenfalls ganze Zahlen sind, während D_2' die Dicke der Luftschicht an dieser Stelle ist. Steht der Spektrometerspalt senkrecht zur Grenze der AgJ-Schicht, so sieht man im kontinuierlichen Spektrum (vgl. Fig. 7) zwei gegeneinander verschobene Systeme von Interferenzstreifen, die um so mehr gegeneinander verschoben sind, je größer die Dicke der AgJ-Schicht ist. Es ist dabei darauf zu achten, daß die Interferenzstreifen genau senkrecht zur Grenze stehen, denn nur dann hat die beobachtete Luftschicht an allen Stellen die gleiche Dicke, so daß man einen bestimmten Wert für die zum Interferenzstreifen gehörige Wellenlänge erhält. Andererseits erweist es sich als zweckmäßig für Erzielung scharfer Interferenzen, die Luftschicht zwischen AgJ-Schicht und Deckplatte keilförmig zu wählen, mit einer Keilkante, die senkrecht zur Grenze der AgJ-Schicht verläuft und auf der entgegengesetzten Seite

der Achse des Spektrographen liegt wie die brechende Kante des Spektrographenprismas [1]).

Die Differenz $D_1 - D_2'$ ist dann die Dicke d der AgJ-Schicht. Doch ist dabei zu berücksichtigen, daß die Gleichung (27) nicht streng gilt, d. h. der daraus berechnete Wert D_2' ist nicht genau gleich der Luftschichtdicke. Wie schon Wiener bemerkt hat (a. a. O.), geht nämlich ein Teil des Lichtes durch die AgJ-Schicht hindurch, wird an der Grenze 4 (AgJ—Glas) reflektiert und bedingt dadurch, daß er sich dem an Grenze 3 (Luft—AgJ reflektierten Lichte überlagert, eine Verschiebung der Inter-

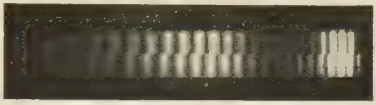

Fig. 7.

ferenzstreifen, deren Betrag Wiener auch schon berechnet hat [2]). Das Interferenzminimum befindet sich tatsächlich bei einer Wellenlänge, die sich ergibt aus der Gleichung

$$\frac{2 D_2}{\lambda'} + \frac{\delta}{2\pi} = n, \tag{28}$$

wenn D_2 der wirkliche Wert der Luftschichtdicke ist, dabei ist δ eine Größe, die berechnet werden kann auf Grund der Gleichung

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi - k}, \tag{29}$$

worin $\varphi = \frac{4 \pi d}{\lambda''}$, wenn λ'' die Wellenlänge des Interferenzminimums im AgJ ist, und $k = \frac{a_3}{a_4}$ das Verhältnis der Amplituden des an der Grenze 3 bzw. 4 reflektierten Lichtes bedeutet. Es ist also nötig, erst auf Grund der Gleichung (27) einen Näherungswert D_2' für D_2 zu berechnen, und auf Grund des so gefundenen Näherungswertes von d den Winkel φ. Damit kann man dann den genauen Wert von D_2 und also auch von d erhalten. Diese Korrektion macht, wie ebenfalls schon Wiener bemerkt hat, bei großen Schichtdicken so wenig aus, daß man sie ohne weiteres vernachlässigen kann. Bei Dicken von weniger als 150 mμ dagegen kann sie unter Umständen ziemlich erheblich sein, was meines Wissens

[1]) Vgl. C. Schell, Ann. d. Phys. **35**, 711 ff., 1911.
[2]) A. a. O. S. 661.

noch nicht beachtet worden ist. Zur Berechnung der Korrektion wurde eine Tabelle der Werte $\frac{57{,}3 \cdot 4\pi}{\lambda''} = \frac{720\pi}{\lambda'}$ angefertigt, wobei der Brechungsquotient n des AgJ der Tabelle von Wernicke[1]) entnommen wurde. Mit Hilfe dieser Tabelle konnte auf Grund einer einzigen Einstellung des Rechenschiebers der zu allen beobachteten Interferenzstreifen gehörige Wert von φ, und zwar in Graden abgelesen werden. In einer zweiten Tabelle waren die Werte von $\frac{\delta}{2\pi}$ in Abhängigkeit von φ enthalten; k wurde berechnet aus dem Verhältnis des Reflexionsvermögens und dieses auf Grund der Fresnelschen Formeln für senkrechte Inzidenz, wobei noch zu berücksichtigen war, daß der die Grenze 4 treffende Strahl durch die teilweise Reflexion an Grenze 3 schon geschwächt war und beim zweiten Durchgang noch einmal geschwächt wird. Der Wert von k schwankte zwischen 2,2 und 2,6. Die Absorption im AgJ konnte für Wellenlängen von mehr als 440 mμ ohne jedes Bedenken vernachlässigt werden, bei kleineren Wellen steigt die Absorpsion dann sehr rasch an[2]), so daß für Wellenlängen unter 427 mμ die Absorption bereits so groß ist, daß für diese Wellenlängen die Korrektion schon nicht mehr in Frage kommt, außer für Schichten von weniger als 30 mμ Dicke. Infolge der großen Absorption der ultravioletten Strahlen konnte, soviel ich sehe, auch Schell (a. a. O.) bei seinen Dickenmessungen die Korrektion vernachlässigen. Das Produkt von $-\frac{\delta}{2\pi}$ mit dem zugehörigen λ' liefert dann das Korrektionsglied ε, welches zu $n\lambda'$ addiert werden muß, um den genauen Wert von D_2 zu erhalten. Es sah also die Berechnung der Dicke der AgJ-Schicht etwa so aus, wie in folgender Tabelle angegeben. In dieser Tabelle sind die Wellenlängen λ und λ' in Å.-E., die Längen D_1, D'_2, D_2, d und ε in mμ, φ in Graden und δ in 1000 fachem Bogenmaß angegeben.

Daß die Werte $2d = 2D_1 - 2D_2$ besser untereinander übereinstimmten als die Werte $2D_1$ bzw. $2D_2$ für sich, kam bei verschiedenen Dickenmessungen vor. Die Bestimmung des Nullpunktes der Dispersionskurve war nicht immer ganz exakt möglich; infolgedessen tritt ein systematischer Fehler in den Werten von D_1 und D_2 auf, der bei der Bildung der Differenz $D_1 - D_2$ herausfällt.

[1]) Ann. d. Phys., Erg.-Bd. 8, 73, 1878.
[2]) Vgl. Schell, a. a. O. S. 724.

n	λ	$2D_1 = n\lambda$	λ'	$2D_2' = n\lambda'$	φ	$-\frac{\delta}{2\pi}$	ε	$2D_2$	$2d$
		32 000							
75	4296	+ 229	—	31 900	—	—	—	31 900	—
74	4353	213	4323	+ 90	424	55	24	+ 114	201
73	4413	215	4382	89	403	62	27	116	201
72	4473	207	4442	82	386	50	22	104	203
71	4536	206	4506	90	374	29	13	103	203
70	4600	200	4570	90	363	6	3	93	207
69	—	—	—	—	—	—	—	—	—
68	—	—	—	—	—	—	—	—	—
67	—	—	4779	119	335	— 47	— 22	97	—
66	4880	208	4851	117	328	— 56	— 27	90	218
65	4953	213	4928	132	321	— 63	— 31	101	212
64	5033	211	5004	126	315	— 65	— 33	93	218
63	—	—	—	—	—	—	—	—	—
62	—	—	—	—	—	—	—	—	—
61	5278	196	5250	125	298	— 69	— 36	89	207
60	5365	190	5338	128	288	— 69	— 37	91	199
59	5456	190	5248	125	282	— 67	— 37	88	202
58	5550	190	5521	122	276	— 65	— 36	86	194
57	5649	200	5620	134	271	— 62	— 35	99	201
56	—	—	5721	137	265	— 59	— 34	103	—
	—	32 204	—	32 013	—	—	—	31 999	205 [1]
	—	1 301	—	5 355	—	—	—	984	617 [2]
	—	2,7	—	5,1	—	—	—	2,3	2,0 [3]
	—	10	—	19	—	—	—	8	7 [4]

Die Fehler waren vielfach größer als in diesem Beispiel, da nicht alle Photographien gleichmäßig scharf waren. Aber nur bei ganz schlechten Aufnahmen, die übrigens für die Ermittlung der freien Weglänge nicht verwendet wurden, betrug der mittlere Fehler des Resultats mehr als 40 Å.-E. Diese Genauigkeit war möglich dadurch, daß ich, wie schon Schell[5]), das Spektrum mit den Interferenzstreifen photographierte. Meine Messungen sind allerdings nicht so genau wie die von Schell, da ich nur ein Prisma von kleiner Dispersion zur Verfügung hatte. Auf einer Platte vom Format $4^1/_2 \cdot 6$ cm hatte ich das ganze Spektralgebiet von 4000 bis 7000 Å.-E. Da die Dispersion im roten Spektrum besonders klein war, begnügte ich mich mit der Anwendung von orthochromatischen Platten (Jahrs's orthochromatische Sigurd-fotoplatte), die bis 5800 Å.-E. empfindlich waren. Die Platten waren für bestimmte Teile des grünen Spektrums wenig empfindlich, daher konnten bei einigen Interferenz-

[1]) Mittelwert.
[2]) Fehlerquadratsumme.
[3]) Fehler des Mittelwerts.
[4]) Mittlere Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert.
[5]) A. a. O. S. 720.

aufnahmen die betreffenden Wellenlängen nicht gemessen werden. Außerdem konnte auf einige Minima nicht scharf eingestellt werden, weil die Linien, die als Normalen für die Wellenlängenmessung dienten, störend wirkten. Aus diesen Gründen fehlen auch in der angeführten Tabelle die Minima einiger Interferenzstreifen. Die Dispersionskurve des Prismas gestattete die Bestimmung der Wellenlängen auf 1 bis 2 Å.-E. genau, entsprechend einem Ablesungsfehler von 0,01 bis 0,03 mm bei der Ausmessung der Platten. Das hatte einen Fehler von einigen $m\mu$ bei der Berechnung der Dicke aus einem einzelnen Interferenzstreifen zur Folge je nach der Ordnungszahl. Am besten waren die Messungen bei Ordnungszahlen zwischen 50 und 70.

Angewandt wurde für die Dickenmessung das Abbesche Mikrospektroskop mit der dazu passenden, nach den Angaben von Herrn Prof. Born konstruierten Kammer, wie sie näher beschrieben sind in den Druckschriften Mikro 125 bzw. Mikro 388 der Zeisswerke. Es genügt daher, hinsichtlich der Beschreibung derselben, auf diese Druckschriften zu verweisen. Nur der Strahlengang sei zur Erläuterung hier angegeben (Fig. 6). Das von einer im Brennpunkt einer Linse befindlichen Bogenlampe kommende parallele Licht wird durch einen Vertikalilluminator auf die zu messende Schicht geworfen. Im Bildpunkt des Objektivs befindet sich ein Spalt, welcher es gestattet, einen hinreichend kleinen Bereich der zu messenden Schicht auszublenden (bis herunter zu 0,01 mm im Quadrat). Tatsächlich wurde aber der Spalt immer weiter genommen, um genügende Lichtstärke zu erhalten. Auch so betrug die Belichtungszeit 20 bis 30 Minuten, was, wie oben erwähnt, bei den dickeren AgJ-Schichten sehr leicht eine Trübung herbeiführte. Über dem auf Unendlich eingestellten Okular befand sich dann das geradsichtige Prisma und das abbildende Linsensystem.

Als Normalen für die Wellenlängenmessung dienten die in der Fig. 7 sichtbaren Cu- und Zn-Linien eines Messingbogens, der nach der Aufnahme mit kontinuierlichem Licht an die Stelle des Kohlebogens gesetzt wurde, sowie die Banden des Kohlebogens, die zwischen 4150 und 4220 Å.-E. liegen.

Ergebnisse. Die Ergebnisse der Messungen sind in der folgenden Tabelle enthalten: Die erste Kolonne enthält die Nummer der Versuche, die zweite die vor der Kühlung mit flüssiger Luft (vgl. S. 91) gemessenen Drucke p in 10^{-3} mm Hg, die dritte die bei Kühlung mit flüssiger Luft gemessenen Drucke p'. Dann folgen die doppelten Dicken der gemessenen AgJ-Schichten d_1, d_2, d_3 in den Entfernungen $z_1 = 22$ bzw. $z_2 = 32$,

$z_3 = 42$ mm von der Blende, dann die Angaben über die Gesamtschwächung der Strahlintensität und schließlich die daraus berechnete Schwächung durch Zusammenstöße mit Stickstoffmolekülen: $1 : x_2 : x_3$, wenn wir zur Abkürzung setzen

$$x_z = \frac{d_1}{d_z} \cdot \frac{d_{z_0}}{d_{10}}, \tag{30}$$

so daß

$$\lambda = \frac{z_z - z_1}{2{,}30 \log^{10} x_z}, \tag{31}$$

vgl. Gleichung (24).

Nr.	p	p'	$2d_1 : 2d_2 : 2d_3$	$1 : \frac{d_1}{d_2} : \frac{d_1}{d_3}$	$1 : x_2 : x_3$
1	0,14	0,02	496 : 232 : 129	1 : 2,14 : 3,84	—
4	0,16	0,02	656 : 313 : 177	1 : 2,09 : 3,71	—
3	1,4	1,2	459 : 197 : 93	1 : 2,34 : 4,92	1 : 1,11 : 1,30
5	3,2	3,0	684 : 254 : 102	1 : 2,70 : 6,70	1 : 1,38 : 1,77
2	4,0	3,7	197 : 61	1 : 3,34	1 : 1,53
6	7,0	6,7	205 : 46	1 : 4,46	1 : 2,10

Die Schwächung fand also beim höchsten Vakuum im Verhältnis $1 : 2{,}12 : 3{,}78$ statt. Wäre sie genau proportional dem Quadrat der Entfernung gewesen, so hätten die Zahlen lauten müssen $22^2 : 32^2 : 42^2 = 1 : 2{,}12 : 3{,}65$. Warum die Niederschlagsdicke auf dem obersten Plättchen geringer sein mußte als die aus dem quadratischen Abnahmegesetz berechnete, wurde schon oben erwähnt (S. 89).

In der nun folgenden Tabelle sind angegeben die Briggschen Logarithmen von x_z; die daraus auf Grund der Gleichung (31) berechneten „mittleren freien Weglängen“ in Zentimetern; die Produkte p bzw. p', wobei p und p' in 10^{-3} mm Hg gerechnet sind, und schließlich die auf Grund der Gleichung

$$d\lambda = \lambda \frac{d x_z}{x_z} \cdot \frac{1}{2{,}30 \log^{10} x_z}, \tag{32}$$

die sich aus Gleichung (31) durch Differentiation ergibt, berechneten wahrscheinlichen Fehler des Wertes von $p\lambda$. Dabei wurde der wahrscheinliche Fehler von x_z zu $4^1/_2$ Proz. angenommen. Der größtmögliche Fehler von x_z kann allerdings unter ungünstigen Umständen bis zu 10 Proz. betragen, denn die Druckmessung ist mit einer Unsicherheit von 2 bis 3 Proz. behaftet, die Gleichheit der Bestrahlungszeit mit einer Unsicherheit von 3 Proz. und die Dickenmessung mit einer Unsicherheit von 1

bis 4 Proz., je nach der Dicke der Schicht, da der absolute Fehler bei der Dickenmessung ziemlich unabhängig von der Schichtdicke ist.

x	2	3	2	3	2	2
$\log^{10} x_z$	0,045	0,114	0,140	0,248	0,185	0,322
λ	9,4	7,4	3,03	3,41	2,34	1,35
p	1,4	1,4	3,2	3,2	4,0	7,0
$p\lambda$	13,2	10,4	9,7	10,9	9,4	9,45 [1]
$p'\lambda$	11,3	8,9	9,1	10,2	8,7	9,1 [2]
	5,9	1,8	1,4	0,9	1,0	0,63 [3]
	3	3	5	5	2	6 [4]

Da die Unsicherheit der Ergebnisse des Versuches Nr. 3 sehr groß ist, wurden diese Werte bei der Bildung des Mittelwertes nicht mit berücksichtigt. Je nachdem, ob man die vor der Kühlung mit flüssiger Luft gemessenen Drucke oder die nachher gemessenen als die richtigen ansieht, ergibt sich der Mittelwert $p\lambda = 0{,}0098$ oder $p'\lambda = 0{,}0093$, wenn p und p' in Millimetern Hg und λ in Zentimetern gemessen werden[5]).

Der Wert des in der Gleichung (25) vorkommenden Ausdrucks $\sqrt{1 + \frac{\mu T'}{\mu' T}}$ beträgt

$$\sqrt{1 + \frac{108 \,.\, 350}{28 \,.\, 1350}} = \sqrt{2{,}00} = 1{,}41.$$

T' wurde gemessen, indem ein gewöhnliches Thermometer in das Quarzrohr auf den Messingapparat gestellt wurde. Die Temperatur an dieser Stelle betrug, wenn das Quarzrohr nicht mit fester Kohlensäure gekühlt wurde, etwa 90^0 C; wurde mit fester Kohlensäure gekühlt, betrug sie etwa 60^0 C. Ich nehme für den mittleren Teil der Apparatur bei Kühlung mit fester Kohlensäure eine Temperatur T' von etwa 80^0 C an. T wurde.

---

[1]) Im Mittel 9,77.

[2]) Im Mittel 9,3.

[3]) Wahrscheinlicher Fehler von $p\lambda$.

[4]) Nummer des Versuchs.

[5]) Wenn die auf S. 83 erwähnte Fehlerquelle (Ungültigkeit des Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes) erheblich wäre, so müßte mit zunehmendem Drucke der Wert x des Produktes $p\lambda$ zunehmen, ebenso mit der Entfernung z von der Blende. Beides ist aber nicht in merklichem Maße der Fall.

wie oben (S. 87) erwähnt, mit einem Thermoelement gemessen. Es ist also nach Gleichung (25)

$$\sigma^2 = \frac{1}{0{,}0093} \cdot \frac{10^{-16}}{3{,}56\,\pi\,1{,}41} = \frac{1}{0{,}0093} \cdot \frac{10^{-16}}{15{,}7} = 6{,}8 \cdot 10^{-16}\,\text{cm}^2$$

bzw.

$$\sigma^2 = \frac{1}{0{,}0098} \cdot \frac{10^{-16}}{15{,}7} = 6{,}5 \cdot 10^{-16}\,\text{cm}^2.$$

Demnach $\sigma = 2{,}61 \cdot 10^{-8}$ cm bzw. $\sigma = 2{,}55 \cdot 10^{-8}$ cm.

Im Mittel also

$$\sigma = 2{,}58 \text{ Å.-E.}$$

Da gemäß der Tabelle auf S. 100 das Produkt $p\lambda$ auf 10 Proz. sicher ist, so dürfte σ auf etwa 5 Proz. sicher sein.

Nimmt man für den Radius des Stickstoffmoleküls den Wert $1{,}55 \cdot 10^{-8}$ cm an[1]), so ergibt sich für den Radius des Silberatoms der Wert $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ cm. Dieser Wert ist auffallend klein, wenn man ihn mit den für das einwertige Silberion gefundenen vergleicht, wie sie sich finden in dem Bericht von Herzfeld über die Größe der Moleküle, Atome und Ionen im Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **19**, 293, 1922. Von den dort angeführten Werten ist nur der aus der Ionenbeweglichkeit nach Born berechnete (0,57 Å.-E.) und der aus der Ionisierungsspannung berechnete (0,95 Å.-E.) kleiner; alle anderen sind erheblich größer (bis zu 1,78 Å.-E.). Da aber keine anderen Methoden zur Bestimmung der Radien ungeladener Metallatome bekannt sind, muß diese Unstimmigkeit vorläufig in Kauf genommen werden. Ich kann keine Fehlerquelle sehen, die in meinen Versuchen einen zu kleinen Wert von σ oder, was dasselbe ist, einen zu großen Wert von $p\lambda$ vortäuschen würde. Die in meiner Versuchsanordnung vorkommenden Fehlerquellen, vor allen Dingen der Umstand, daß ich mit strömendem Gase arbeitete, würden vielmehr die Drucke zu niedrig, also σ zu groß erscheinen lassen.

Die einzige Fehlerquelle, die eine zu große freie Weglänge vortäuschen könnte, ist die in der Anmerkung auf S. 83 erwähnte. In der Anmerkung 5 auf Seite 100 wurde aber dargelegt, daß diese Fehlerquelle nicht von erheblichem Einfluß sein kann.

Zusammenfassung. Es wurde gezeigt, daß sich das Abbesche Mikrospektroskop mit der dazu passenden Kammer (Druckschriften Mikro 125 bzw. 388 der Zeisswerke) gut eignen für Dickenmessungen nach der Wienerschen Methode. Nur muß man dabei die früher in der Regel

[1]) Vgl. Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen, 5. Aufl., 1923, S. 122.

vernachlässigte Verschiebung der Interferenzstreifen infolge der Überlagerung des an der Grenzfläche AgJ-Glas reflektierten Lichtes berücksichtigen.

Auf Grund von derartigen Dickenmessungen wurde dann die freie Weglänge von ungeladenen Silberatomen untersucht und festgestellt, daß das Produkt aus Druck und „mittlerer freier Weglänge“ innerhalb der Fehlergrenzen bei Drucken von $1 - 7 \cdot 10^{-3}$ mm Hg konstant ist.

Aus dem Werte dieses Produktes wurde dann der Radius des ungeladenen Silberatoms berechnet und dafür der Wert 1,0 Å.-E. gefunden.

Zum Schluß möchte ich es nicht unterlassen, Herrn Prof. Born für die Anregung zu dieser Arbeit und die Unterstützung bei der Ausführung derselben meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Auch bin ich unseren Institutsmechanikern, den Herren Schrader und Mennecke, für die Sorgfalt bei der Ausführung des etwas komplizierten Messingapparates zu Dank verpflichtet.

Lebenslauf

Der Verfasser vorliegender Dissertation, Fritz Bielz, ist geboren am 12. Juli 1897 in Rothberg bei Hermannstadt (Siebenbürgen). Er besuchte das deutsche evangelische Gymnasium in Hermannstadt und bezog im Herbst 1915 die Universität Göttingen, um dort Theologie zu studieren. Er wandte sich jedoch von diesem Studium bald ab zu dem Studium der Mathematik, Physik und Philosophie, und zwar studierte er zwei Semester in Budapest, ein Semester in Jena und dann von 1918 bis 1924 abermals in Göttingen. Er besuchte hauptsächlich die Vorlesungen und Übungen der Professoren Caratheodory, Runge, Landau, Reich, Franck, Born und Nelson. In den letzten Semestern studierte er außerdem Nationalökonomie und Jurisprudenz, und zwar hauptsächlich bei den Professoren Passow und Müller-Erzbach.